PRIMA PROVA INTERMEDIA INGEGNERIA MECCANICA E GESTIONALE (I SEMESTRE 2016/17)

TRACCIA A

Nome: ______________________________

Cognome: ______________________________

Matricola: ______________________________

- Tempo a disposizione: **2 ore**.
- Voto massimo: **30/30**.
- È possibile consultare i testi di teoria utilizzati durante il corso o formulari.
- Non è permessa nessuna forma di comunicazione con l'esterno o con gli altri partecipanti all'esame.
- I fogli che verranno presi in considerazione durante la correzione sono **solo quelli con le tracce degli esercizi (pagine da 1 a 6)**. I 4 fogli finali possono essere usati liberamente e vanno staccati solo al momento della consegna.
- **Buon lavoro!**

Esercizio 1 (7 punti)**.** Risolvere in $\mathbb{C}$ la seguente equazione:

$$x^2 - (1+i)x + i = 0$$

Soluzione:

$$x_{1/2} = \frac{(1+i) \pm \sqrt{(1+i)^2 - 4i}}{2} = \frac{(1+i) \pm \sqrt{-2i}}{2} = \begin{cases} 1 \\ i \end{cases}$$

Esercizio 2 (7 punti)**.** Trovare i valori reali di x che soddisfano la seguente disequazione.

$$(x^2+1)^{\frac{1}{4}} > 3x^2 - 5$$

sapendo che la disequazione $x^3 + 3x^2 + 2x + 2 \geq 0$ vale per tutte e sole le $x \geq -2,5$ (approssimativamente).

Soluzione:

Esercizio 3 (7 punti)**.** Dimostrare che $1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2n-1) = n^2$ per ogni intero $n \geq 1$.

Soluzione: Passo base $n = 1$: $2 \cdot 1 - 1 = 1^2$, vero.
Passo induttivo, suppongo che la proprietà sia vera per $n = k$, quindi $1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2k-1) = k^2$ e cerco di dimostrarla per $n = k+1$.

$$\begin{aligned} 1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2k-1) + (2k-2+1) &= \\ = k^2 + (2k-1) &= \qquad \text{per ipotesi induttiva} \\ = (k+1)^2 & \qquad \text{c.v.d.} \end{aligned}$$

Esercizio 4 (5 punti)**.** Descrivere il dominio della seguente funzione.

$$f(x) = \frac{\log(\sqrt{x^2-1}))}{\operatorname{sen}^2 x - \cos x}$$

Soluzione:

$$Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid (x < -1 \vee x > 1) \text{ e } \arccos(x) \neq \frac{-1+\sqrt{5}}{2} + 2k\pi \quad \forall k \in \mathbb{Z}\}$$

Esercizio 5 (4 punti)**.** Scrivere l'equazione della retta parallela a $y = 2x + 2$ e passante per $P = (0,1)$.

Soluzione:

$$y = 2x + 1$$