PRIMA PROVA INTERMEDIA INGEGNERIA MECCANICA E GESTIONALE (I SEMESTRE 2016/17)

TRACCIA B

Nome: ____

Cognome: ____

Matricola: ____

- Tempo a disposizione: **2 ore**.
- Voto massimo: **30/30**.
- È possibile consultare i testi di teoria utilizzati durante il corso o formulari.
- Non è permessa nessuna forma di comunicazione con l'esterno o con gli altri partecipanti all'esame.
- I fogli che verranno presi in considerazione durante la correzione sono **solo quelli con le tracce degli esercizi (pagine da 1 a 6)**. I 4 fogli finali possono essere usati liberamente e vanno staccati solo al momento della consegna.
- **Buon lavoro!**

Esercizio 1 (7 punti)**.** Calcolare i valori in $\mathbb{C}$ della seguente radice:

$$\sqrt[4]{1-i}$$

Soluzione: $\sqrt[8]{2}\big(\cos(-\frac{\pi}{16}+\frac{k}{2}\pi)+i\,\mathrm{sen}(-\frac{\pi}{16}+\frac{k}{2}\pi)\big)$ per $k=0,1,2,3$.

Esercizio 2 (5 punti)**.** Descrivere il dominio della seguente funzione.

$$f(x)=\frac{\log(|x-5|)}{\sqrt{\log x}}$$

Soluzione:

$$Dom(f)=\{x\in\mathbb{R}\mid x<1 \text{ e } x\neq 5\}$$

Esercizio 3 (7 punti)**.** Trovare i valori reali di x che soddisfano la seguente disequazione.

$$|x^2-4x+1|<\frac{3}{4}$$

Soluzione: La disequazione è equivalente ai due sistemi:

$$\begin{cases} x^2-4x+1\geq 0 \\ x^2-4x+1-3/4<0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2-4x+1<0 \\ -x^2+4x-1-3/4<0. \end{cases}$$

Risolvendo le varie disequazioni di secondo grado si ha che le x cercate sono $\frac{4-\sqrt{15}}{2}<x<\frac{1}{2}$ oppure $\frac{7}{2}<x<\frac{4+\sqrt{15}}{2}$.

Esercizio 4 (7 punti)**.** Dimostrare per induzione la seguente identità n^3-n+6 è divisibile per 3 $\forall n\in\mathbb{N}$.

suggerimento: dire che è divisibile per tre equivale a dire che per ogni n esiste un k tale che $n^3-n+6=3k$.

Soluzione: Per $n=0$ si ha $6=3k$ che è vero per $k=2$. Ora supponiamo che esista un k tale che $n^3-n+6=3k$ e mostriamo che allora esiste un l tale che $(n+1)^3-n+1+6=3l$. Il primo membro dell'equazione si può riscrivere come $(n+1)^3-n-1+6=n^3+3n^2+3n+1-n-1+6=(n^3-n+6)+3(n^2+n)$. Ma per ipotesi sappiamo che $n^3-n+6=3k$, quindi $(n^3-n+6)+3(n^2+n)=3k+3(n^2+n)$. Dunque basta prendere $l=k+n^2+n$.

Esercizio 5 (4 punti)**.** Scrivere l'equazione della retta parallela a $y=3x+2$ e passante per $P=(1,0)$.

Soluzione:

$$y=3x-3.$$